

# راهنمای توسعه، طرح‌ریزی و کاربری مداخلات ریاضی برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی: یک مطالعه مروری

- کامیار عظیمی، دانشجوی دکتری روان‌شناسی تربیتی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران
- منیجه شهنی بیلاق\*، استاد گروه روان‌شناسی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران
- علیرضا حاجی یخچالی، دانشیار گروه روان‌شناسی، دانشکده علوم تربیتی و روان‌شناسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۰۹ • تاریخ انتشار: فروردین و اردیبهشت ۱۴۰۲ • نوع مقاله: مروری • صفحات ۳۵ - ۵۵

## چکیده

**زمینه و هدف:** این مطالعه به بررسی ماهیت مشکلات یادگیری ریاضی، به‌ویژه تعریف، شناسایی و شیوع کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، اصول پیشگیری و مداخله با هدف ارائه رهنمودهایی برای توسعه و طراحی مداخلات ریاضی مؤثر برای ارتقاء یادگیری و بهبود عملکرد کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی ۵ تا ۸ سال ایرانی می‌پردازد.

**روش:** مطالعه حاضر به صورت مروری و با جستجوی منظم و جامع اطلاعات بین سال‌های ۲۰۱۲ تا ۲۰۲۲ به دو شیوه رایانه‌ای و دستی در پایگاه‌های اطلاعاتی انجام گرفت. معیارهای ورود به مطالعه شامل، (الف) تمرکز محتوای مداخله بر یک یا چند مؤلفه از مهارت‌های عددی اولیه، (ب) کارآزمایی‌های تصادفی کنترل‌شده یا طرح‌های شبه آزمایشی، (ج) کودکان بین ۵ تا ۸ سال در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی و (د) مطالعات منتشر شده به زبان انگلیسی بود.

**یافته‌ها:** یکم به تعریف، شناسایی و شیوع کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی پرداخته شد. دوم، توجه بر اهمیت رویکرد پاسخ به مداخله به عنوان مدل پیشگیری چندسطحی معطوف شد. سوم، تعریف مداخله و ویژگی‌های مداخلات ریاضی مورد کنکاش قرار گرفت. چهارم، اصول و رهنمودهای مبتنی بر پژوهش شناسایی و ارائه شد که برای مداخلات ریاضی مؤثر اساسی هستند.

**نتیجه‌گیری:** در مورد اینکه چگونه نتایج این مطالعه جامع می‌تواند پژوهشگران، متخصصان، معلمان و مربیان را در گسترش پایگاه دانش و کاربری مداخلات ریاضی برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی ۵ تا ۸ سال راهنمایی کند، بحث شده است.

**واژه‌های کلیدی:** پاسخ به مداخله، دبستان، در معرض خطر، ریاضیات، مداخله، مشکلات یادگیری ریاضی

\* Email: m.shehniyailagh@scu.ac.ir

## مقدمه

ماهیت ریاضیات چیست؟ ریاضیات فقط حساب یا دست‌کاری اعداد نیست. نوزری<sup>۱</sup> (۱) ریاضیات را به صورت مفهومی گسترده تعریف کرده است که دربرگیرنده دانش عددی اولیه (نظیر، کاردینالیتی، ترتیب اعداد، تناظر یک به یک و تخمین اعداد)، اعداد و عملیات عددی بر پایه ۱۰ (مثل، محاسبات تک‌رقمی و چندرقمی)، عملیات و تفکر جبری (مانند، حل مسائل جمع و تفریق کلامی)، اندازه‌گیری و داده‌ها (همانند، بلند، کوتاه، بزرگ‌تر و کوچک‌تر) و هندسه است. بدون مفهوم دقیق «ریاضیات»، ادبیات در آموزش ریاضیات به دیدگاه‌های متعددی محدود می‌شود. با توجه به این موضوع، ریاضیات به عنوان یک حوزه شناختی قلمداد می‌شود که برای موفقیت تحصیلی و شغلی بسیار مهم است و در تمام نظام‌های آموزشی سراسر جهان مورد تأکید قرار می‌گیرد (۲).

با در نظر گرفتن اینکه بسیاری از کودکان الزامات ملی برای کسب توانمندی‌های ریاضی را در طول سال‌های اولیه تحصیل برآورده نمی‌کنند و موفقیت کلی آنها در ریاضیات بالاتر است، بخش بزرگ‌تری از کودکان با مشکلات یادگیری ریاضی<sup>۳</sup> مواجه می‌شوند (۳). براساس گزارش سنجش ملی پیشرفت تحصیلی<sup>۴</sup> در سال ۲۰۱۹، شکاف پیشرفت بین کودکان با مشکلات یادگیری ریاضی و کودکان با رشد عادی در دهه گذشته افزایش یافته است (۴). این موضوع بیانگر نگرانی فزاینده در مورد شیوع مشکلات یادگیری ریاضی است؛ به طوری که نتایج نشان می‌دهند حداقل ۱۲ درصد از کودکان در سن مدرسه در طی دوره یادگیری ریاضیات با مشکلاتی مواجه می‌شوند (۵). از دیدگاه روان‌شناسی رشد شناختی، به‌ویژه شناخت عددی، مشکلات یادگیری ریاضی مانع از فرآیندهای یادگیری شناختی لازم برای درک ریاضیات می‌شود که این امر (درک محدود ریاضی)، می‌تواند پیامدهایی برای آینده تحصیلی کودکان و توانایی آنها برای زندگی مستقل در جامعه داشته باشد (۶). افزون بر این، اگرچه شیوع و پیامدهای ناتوان‌کننده مادام‌العمر برای مشکلات یادگیری در ریاضیات و خواندن مشابه است،

ریاضیات تأکید بسیار کمتری نسبت به خواندن دریافت کرده است. این امر نه تنها در پژوهش، بلکه جهت کاربری آن در مدرسه نیز صادق است. هاسه و کرینزینگر<sup>۵</sup> (۷) گزارش کردند در مقایسه با حجم قابل توجهی از مطالعات که در مورد مشکلات خواندن<sup>۶</sup> انجام شده بود، پژوهش‌ها در حوزه مشکلات ریاضی هنوز در مراحل ابتدایی خود قرار دارد. با این حال، از آن زمان به بعد، حوزه مشکلات ریاضی توجه چشمگیری را در زمینه روان‌شناسی، به‌ویژه روان‌شناسی رشد، علوم اعصاب و آموزش و پرورش به خود جلب کرده است (۸).

در حال حاضر، علی‌رغم تلاش‌های متعدد، هیچ طبقه‌بندی مشخص و عموماً پذیرفته‌شده‌ای از مشکلات یادگیری ریاضی وجود ندارد. با این حال، تاکنون اصطلاحات بسیاری برای توصیف مشکلات یادگیری ریاضی استفاده شده است، به طوری که اصطلاحات به کار رفته، تفسیر منشأ مشکلات را با توجه به مبنای زیستی و غیر زیستی منعکس می‌کنند. برخی از این اصطلاحات شامل محاسبه‌پریشی<sup>۷</sup>، محاسبه‌پریشی رشدی<sup>۸</sup>، ناتوانی ریاضی<sup>۹</sup>، ناتوانی یادگیری ریاضی<sup>۱۰</sup>، اختلال ریاضی<sup>۱۱</sup>، اختلال یادگیری ریاضی<sup>۱۲</sup>، اختلال یادگیری خاص همراه با اختلال در ریاضی<sup>۱۳</sup>، توانایی ریاضی پایین<sup>۱۴</sup>، ناتوانی یادگیری حساب<sup>۱۵</sup>، مشکلات حساب ویژه<sup>۱۶</sup>، اختلال ویژه در مهارت‌های حسابی<sup>۱۷</sup>، نقص حساب<sup>۱۸</sup>، مشکلات محاسبه<sup>۱۹</sup>، سواد عددی پایین<sup>۲۰</sup>، عملکرد پایین در ریاضی، پیشرفت پایین در ریاضی و بسیاری موارد دیگر می‌باشد (۹).

این اصطلاحات گوناگون به تعاریف مختلف از نظر نمره‌های نقاط برش متفاوت و منشأهای مختلف مشکلات، اعم از اختلال‌های عصبی گرفته تا فرصت‌های ناکافی برای یادگیری و تمرین مهارت‌های ریاضی (مانند، پایگاه اجتماعی-اقتصادی پایین) اشاره دارند (۱۰). اصطلاحات مختلف کاملاً سردرگم‌کننده‌اند، اما برخی صاحب‌نظران (۱۱) استدلال می‌کنند که اصطلاحات «محاسبه‌پریشی» و «ناتوانی» نشان‌دهنده اختلال‌های عصبی احتمالی در زمینه مشکلات شدید در یادگیری ریاضیات اولیه است و عمدتاً در حوزه تحصیلی، پس از چند سال یادگیری ریاضی قابل مشاهده می‌باشند. در مقابل، صرف نظر از علل

1. mathematics
2. Nozari
3. mathematical learning difficulties
4. National Assessment of Educational Progress (NAEP)
5. Haase & Krinzinger
6. reading difficulties
7. dyscalculia
8. developmental dyscalculia
9. mathematical disability
10. mathematics learning disability

11. mathematics disorder
12. mathematical learning disorder
13. specific learning disorder with impairment in mathematics
14. low mathematical ability
15. arithmetic learning disability
16. specific arithmetic difficulties
17. specific disorder of arithmetical skills
18. arithmetic deficiency
19. calculation difficulties
20. low numeracy

از هر ۳ کودک تنها ۲ نفر توانسته‌اند مهارت‌های عددی اولیه را کسب کنند (۱۶). این مسئله در مورد عملکرد ریاضی کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی (پیش‌دبستان، مهدکودک، پایه اول و پایه دوم) موضوع برجسته‌ای است که باید به‌عنوان یک نگرانی و زنگ خطر برای ایران و کودکان ایرانی در نظر گرفته شود. از این‌رو، یافتن راه‌هایی به‌منظور تسهیل درک مفهومی مهارت‌های اساسی برای کودکانی که در معرض خطر مشکلاتی یادگیری ریاضی هستند، مهم است.

خوشبختانه در سال‌های اخیر، علاقه فزاینده‌ای به مداخلات ریاضی برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی وجود داشته است. شواهد تجربی و فراتحلیل‌های موجود در سطح بین‌المللی مستدل کرده‌اند که برنامه‌های مداخله‌ای ریاضی برای بهبود عملکرد کودکان در معرض خطر یادگیری ریاضی مؤثر واقع شده‌اند (۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰). آنیو<sup>۳</sup> (۱۰) اذعان می‌دارد یک چارچوب مفهومی قوی برای توسعه برنامه‌های مداخلات ریاضی به‌هنگام مورد نیاز است تا اطمینان حاصل شود که برنامه درسی از مفاهیم و مهارت‌های لازم برای بهبود مشکلات یادگیری ریاضی کودکان پشتیبانی می‌کند؛ چراکه برخی از مداخلات مسیرهای یادگیری کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی را تغییر داده‌اند، اما بدون مداخله، نتایج ممکن است چندان امیدوارکننده نباشد.

با این وجود، در سطح ملی تنها تعداد معدودی از مطالعات به‌طور تجربی به پیشگیری و بهبود مشکلات یادگیری ریاضی کودکان در معرض خطر پرداخته‌اند (۲۱، ۲۲)، به‌طوری‌که پژوهش‌ها عمدتاً در زمینه اقدامات مداخله‌ای در مقیاس وسیع رنج می‌برند. این در حالی است که جردن<sup>۴</sup> و همکاران (۸) اظهار داشتند مطالعات مداخله‌ای دقیق، به تعیین بهترین رویه‌ها برای بهبود مشکلات ریاضی کودکان در معرض خطر کمک می‌کنند. افزون بر این، از آنجایی که نهادهای آموزشی ملی و بومی با تصمیمات بسیاری در مورد مداخلات تحصیلی سروکار دارند، شناسایی ویژگی‌های مداخلات مناسب و به‌هنگام برای بهبود و ارتقاء عملکرد کودکانی که در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی هستند، از اهمیت و ضرورت بالایی برخوردار است. به‌منظور پرداختن به این نیاز، هدف مطالعه حاضر، بررسی، تجزیه و تحلیل، تفسیر و استنتاج شواهد تجربی به‌دست‌آمده از مطالعات پیشین در قالب اصول طراحی، تدوین و توسعه مداخلات برای پشتیبانی و بهبود یادگیری و عملکرد کودکان

زیربنایی و ناتوانی، کودکان خردسالی که به یک یا چند دلیل، از جمله پایگاه اجتماعی-اقتصادی پایین، فرصت و دسترسی محدود به پشتیبانی اولیه و محتوای ریاضی مناسب، دانش پیشین ناکافی و شیوه‌های تدریس ضعیف، عملکرد و موفقیت ریاضی کمتر از متوسط دارند، مشکلات یادگیری ریاضی را نشان می‌دهند و در این مطالعه به‌عنوان «در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی»<sup>۱</sup> مورد بررسی قرار می‌گیرند (۱۲).

شواهد تجربی نشان می‌دهد پرداختن به کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی باید یک اولویت ملی برای هر نظام آموزشی، به‌ویژه در سطوح پایه، از ایجاد مهارت‌های عددی اولیه در مهدکودک و پیش‌دبستان تا یادگیری عملیات محاسبه و کسرها در مقطع دبستان باشد، زیرا کودکانی که با دانش ریاضی پایین وارد مهدکودک می‌شوند و بهبودی در شایستگی‌های دانش عددی، شمارش و ترکیب اعداد از خود آشکار نمی‌سازند، به‌طور قابل پیش‌بینی الگوهای پایداری از مشکلات یادگیری ریاضی را در دبستان و مقاطع تحصیلی بالاتر از آن نشان می‌دهند (۸). افزون بر این، مطابق با نظر پرات و دسویت<sup>۲</sup> (۱۳)، کودکان خردسالی که در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی هستند، ممکن است به تجربه کردن مشکلات یادگیری ریاضی در طول دوران تحصیلی‌شان ادامه دهند و شکاف پیشرفت ریاضی آنها نسبت به کودکان با رشد عادی، به‌جای پایان یافتن، بیشتر شود. رشد ناکافی پیشرفت ریاضی، می‌تواند با مشکلات درک مفهومی و ناتوانی کودکان در تفکر و استدلال ریاضی به شیوه‌های انعطاف‌پذیر مرتبط باشد؛ به‌طوری‌که مطالعات مستدل کرده‌اند کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، خطاهای رویه‌ای بیشتری نشان می‌دهند و مشکلات پایداری در بازیابی سریع واقعیت‌های حسابی نسبت به همسالان خود دارند (۱۴).

از طرف دیگر، نتایج حاصل از مطالعات تطبیقی بین‌المللی حاکی از آن است که برای موفقیت در دنیای امروزی، کودکان ایرانی در ریاضیات بسیار پایین‌تر از متوسط میانگین عمل می‌کنند (۱۵). برای مثال، یافته‌ها نشان می‌دهد، ۹۳ درصد کودکان پایه چهارم دبستان جوامع بین‌المللی به حد مطلوبی در پایین‌ترین سطح عملکرد ریاضی، از قبیل شمارش و شناسایی عدد که پایه سواد ریاضی نیز محسوب می‌شود، دست یافته‌اند؛ این در حالی است که فقط ۶۵ درصد از کودکان ایرانی موفق به برآوردن استانداردهای عملکرد سطوح ریاضیات پایه شده‌اند، یعنی

1. at risk for mathematical learning difficulties  
2. Praet & Desoete

3. Anunio  
4. Jordan

## روش

## مرور ادبیات

در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی ایرانی است. به طور خاص، ۴ پرسش این مطالعه را هدایت می‌کنند: (الف) کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، چه کسانی هستند؟ (ب) رویکرد پاسخ به مداخله به چه معنی است؟ (ج) منظور از مفهوم مداخله چیست؟ (د) کدام ویژگی‌ها، مداخلات ریاضی را برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی مؤثر می‌سازند؟

پژوهش حاضر از نوع مروری<sup>۱</sup> است. برای یافتن مطالعات مرتبط، یک فرآیند جستجوی منظم و جامع بین سال‌های ۲۰۱۲ تا ۲۰۲۲ به صورت زیر انجام گرفت: ابتدا، جستجوی رایانه‌ای شامل پایگاه‌های اطلاعاتی ابسکو<sup>۲</sup>، اریک<sup>۳</sup>، پایان‌نامه دیجیتال پروکواست<sup>۴</sup>، سایک‌ای‌ان‌اف‌او<sup>۵</sup>، الزویر<sup>۶</sup>، پاب‌مد<sup>۷</sup> و گوگل اسکالر<sup>۸</sup> بود. در تلاش برای به دست آوردن تمام مطالعات مرتبط، فرآیند جستجو محدود به مجلات بررسی‌شده هم‌تا نبود، بلکه مقالات همایشی، گزارش‌های فنی و طرح‌های پژوهشی نیز لحاظ شد. بدین ترتیب، اصطلاحات و ریشه‌های کلیدی جامعه آماری واجد شرایط (در معرض خطر<sup>۹</sup>، ناتوانی<sup>۱۰</sup>، اختلال<sup>۱۱</sup>، محاسبه‌پریشی، مشکل<sup>۱۲</sup>، مشکل یادگیری<sup>۱۳</sup>، تقلا کردن<sup>۱۴</sup>، دشواری یادگیری<sup>۱۵</sup>، عملکرد ضعیف<sup>۱۶</sup>، عملکرد پایین<sup>۱۷</sup>، پایین‌تر از میانگین<sup>۱۸</sup>، پیشرفت ضعیف<sup>۱۹</sup> و پیشرفت پایین<sup>۲۰</sup>) همراه با اصطلاحات و ریشه‌های

کلیدی مفهوم ریاضیات (ریاضی<sup>۲۱</sup>، ریاضیات<sup>۲۲</sup>، برنامه<sup>۲۳</sup>، مداخله<sup>۲۴</sup>، دستورالعمل<sup>۲۵</sup>، درمان<sup>۲۶</sup>، ترمیمی<sup>۲۷</sup>، آموزش<sup>۲۸</sup> و روش تدریس<sup>۲۹</sup>) و اصطلاحات پایه تحصیلی (پیش‌دستان<sup>۳۰</sup>، مهدکودک<sup>۳۱</sup>، ابتدایی<sup>۳۲</sup>، دبستان<sup>۳۳</sup>، پایه اول<sup>۳۴</sup> و پایه دوم<sup>۳۵</sup>) در ترکیب‌های مختلف مورد جستجوی رایانه‌ای قرار گرفت. سپس، به صورت دستی به جستجوی فهرست مطالب برخی مجله‌های مرتبط، از قبیل کودکان استثنایی<sup>۳۶</sup>، مجله تفاوت‌های فردی<sup>۳۷</sup>، مجله ناتوانی‌های یادگیری<sup>۳۸</sup>، مجله آموزش ویژه<sup>۳۹</sup>، پژوهش و عمل ناتوانی‌های یادگیری<sup>۴۰</sup>، فصلنامه ناتوانی یادگیری<sup>۴۱</sup>، آموزش اصلاحی و ویژه<sup>۴۲</sup> و مجله دبستان<sup>۴۳</sup> پرداخته شد. مطالعاتی در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفتند که دارای معیارهای ورود زیر بودند: (الف) محتوای مداخله متمرکز بر یک یا چند مؤلفه از مهارت‌های عددی اولیه (سیستم‌های عددی بر پایه ۱۰، عدد اصلی مجموعه، شمارش با تناظر یک به یک، برابری، مقایسه بزرگی، عدد گمشده، ترکیب اعداد، تخمین محور اعداد، توالی محور اعداد، شناسایی اعداد، توالی اعداد، شمارش توالی محور اعداد، جمع و تفریق ساده، برآورد آنی تعداد)، (ب) طرح آزمایشی (به طور خاص، کارآزمایی‌های تصادفی کنترل‌شده<sup>۴۴</sup>) یا شبه‌آزمایشی<sup>۴۵</sup>، (ج) شرکت‌کنندگان بین ۵ تا ۸ سال در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی و (د) مطالعات منتشرشده به زبان انگلیسی. منابع مختلف گردآوری‌شده، از جمله مطالعات تجربی، فراتحلیل‌ها، کتب، طرح‌های پژوهشی، گزارش‌های فنی و مبانی نظری، مورد کنکاش، تجزیه و تحلیل، تفسیر و استنتاج قرار گرفتند، به طوری که نتایج آن به صورت مروری در ادامه نشان داده شده است.

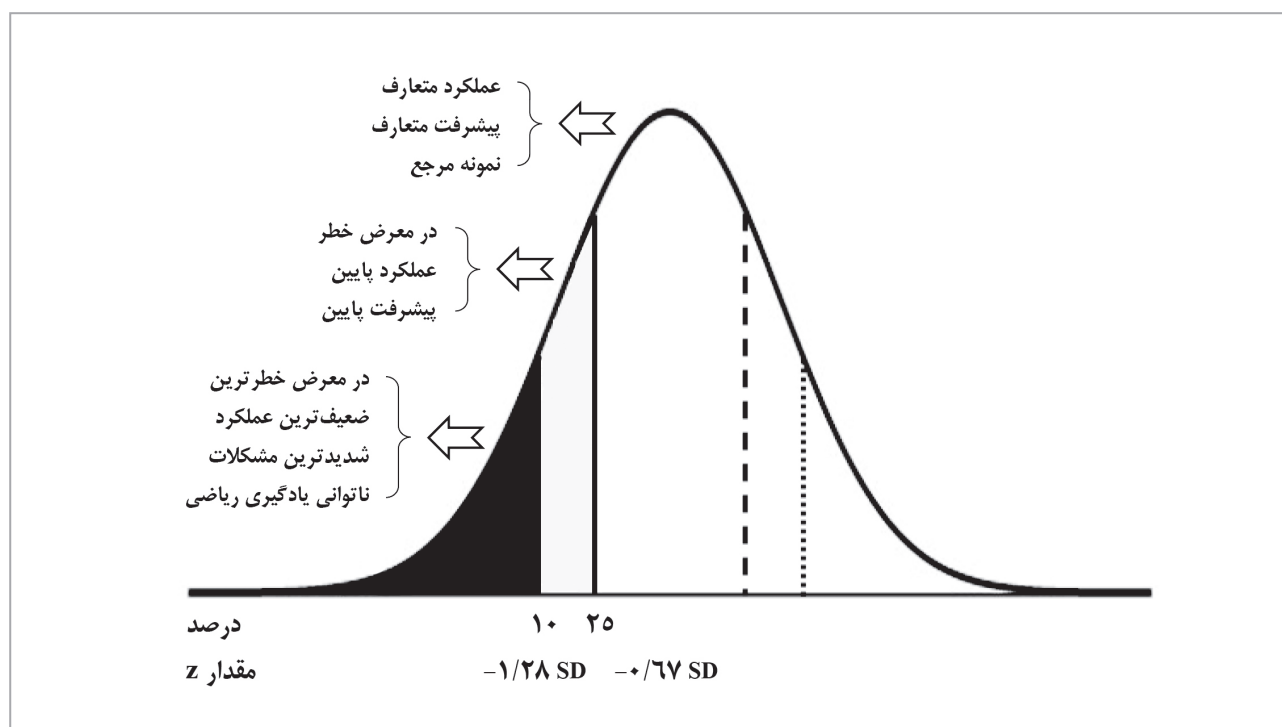
1. review
2. EBSCO
3. ERIC
4. ProQuest Digital Dissertation
5. PsycINFO
6. Elsevier
7. PubMed
8. Google Scholar
9. at-risk
10. disabilit
11. disorder
12. difficult
13. learning difficult
14. struggling
15. learning problem
16. under performing
17. low performing
18. below average
19. under achieving
20. low achieving
21. math
22. mathematic
23. program

24. intervention
25. instruction
26. treatment
27. remedial
28. training
29. teaching method
30. preschool
31. kindergarten
32. primary
33. elementary
34. first-grade
35. second-grade
36. Exceptional Children
37. Journal of Individual Differences
38. Journal of Learning Disabilities
39. Journal of Special Education
40. Learning Disabilities Research and Practice
41. Learning Disability Quarterly
42. Remedial and Special Education
43. The Elementary School Journal
44. randomized controlled trials
45. quasi-experimental

## ۱) کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، چه کسانی هستند؟

اصطلاح «در معرض خطر» از ادبیات ۱۲-ک (مهدکودک تا پایه دوازدهم) سرچشمه می‌گیرد و معمولاً برای مشخص کردن کودکانی استفاده می‌شود که آمادگی ضعیفی جهت عملکرد مطابق با استانداردهای تحصیلی دارند (۲۳). اسلاوین و مدن<sup>۱</sup> (۲۴) کودک در معرض خطر را به عنوان فردی که در خطر شکست در تکمیل تحصیلات خود با سطح کافی از مهارت‌ها است، تعریف کرده‌اند. مطابق با طبقه‌بندی بین‌المللی بیماری‌ها-ویراست یازدهم<sup>۲</sup> (۲۵) و استیونز<sup>۳</sup> و همکاران (۱۹) تا زمانی که تأثیر آموزش و تدریس در نظر گرفته نشود، کودکان دوره اول دبستان (پایه اول و دوم) به ندرت به طور رسمی با اختلال یادگیری رشدی در ریاضیات (نظیر، محاسبه پریشی و ناتوانی یادگیری ریاضی) تشخیص داده می‌شوند. همچنین، مازوکو<sup>۴</sup> و همکاران (۱۱) اذعان داشتند محاسبه پریشی تنها زمانی قابل تشخیص است که کودکان در مدرسه از همسالان خود عقب بمانند. با این حال، می‌توان کودکانی را شناسایی کرد که بدون تشخیص قطعی و رسمی ناتوانی یادگیری، در حال تقلا کردن برای یادگیری ریاضی

هستند و عملکرد پایین‌تری از همسالان خود دارند. در ادبیات اصطلاحات مربوط به آن گروه از کودکانی که عملکرد ریاضی پایین‌تر از متوسط یا در حد متوسط نسبت به همسالان خود دارند (عملکرد بین صدک ۱۱ تا ۲۵)، متفاوت است (نمودار ۱ ملاحظه شود). اصطلاحات عملکرد پایین در ریاضی، پیشرفت پایین در ریاضی و مشکلات ریاضی یا مشکلات یادگیری ریاضی برای توصیف گروهی از کودکان به کار می‌رود که برای یادگیری مهارت‌های ریاضی تلاش می‌کنند و عملکرد پایین‌تری در مقایسه با همسالان خود دارند (۶). در حالی که اصطلاح محاسبه پریشی یک اختلال مبتنی بر زیست‌شناختی را نشان می‌دهد؛ مشکلات یادگیری ریاضی یک اصطلاح گسترده‌تر است و به گروه وسیع‌تری از کودکان اشاره دارد که به علل غیر زیستی و شناختی و براساس داده‌های رفتاری، عملکرد و پیشرفت زیر سطح پایه در ریاضی از خود نشان می‌دهند (۲۶). این گروه از کودکان در پیش‌دبستان، مهدکودک و سال‌های ابتدایی تحصیل (پایه اول و دوم دبستان) اغلب به عنوان کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی شناخته می‌شوند (۲۷).



نمودار ۱) اصطلاحات سطوح خطر برای مشکلات یادگیری ریاضی، اقتباس از سالمینن<sup>۵</sup> (۲۸)

1. Slavin & Madden

2. The International Classification of Diseases – Eleven Edition (ICD-11)

3. Stevens

4. Mazzocco

5. Salminen

شناسایی کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی مورد استفاده قرار می‌گیرد، عملکرد بین صدک یازدهم تا صدک بیست و پنجم (عملکرد بین صدک ۱۱ تا ۲۵) در حداقل ۲ ارزیابی متوالی معتبر ریاضی است (۶). روی هم رفته، در مطالعه حاضر، اصطلاح «در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی»، مستقل از شدت مشکلات یادگیری ریاضی، برای توصیف کودکانی که عملکرد پایینی در ریاضی، بدون تشخیص ناتوانی دارند و بین صدک ۱۱ تا ۳۵ عمل می‌کنند، استفاده می‌شود.

## ۲) رویکرد پاسخ به مداخله در پشتیبانی از کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی به چه معنی است؟

شناسایی کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری، به‌ویژه در حوزه ریاضی و یاری رساندن به آنها هرگز کار آسانی نبوده است. روش‌های شناسایی و نحوه برخورد بی‌شماری وجود دارد. در طول دهه گذشته، یک تغییر پارادایم در روش‌های سنتی شناسایی کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری وجود داشته است، به‌طوری‌که این دگرگونی از یک مدل انتظار برای شکست<sup>۱</sup> به سمت یک مدل پیشگیرانه، یعنی الگوی پاسخ به مداخله<sup>۲</sup>، حرکت کرده است (۳۳). به بیان دقیق‌تر، تمرکز از تشخیص فرد در محیط‌های بالینی به مشاهده یادگیری فرد به‌عنوان بخشی از زمینه یادگیری او و تأکید بر شناسایی به‌هنگام مشکلات یادگیری برای ارائه مداخلات اولیه تغییر کرد (۱۰). این تغییر پارادایم در سطح بین‌المللی تأثیرگذار بود، به‌طوری‌که مقاومت آزمودنی در برابر مداخله در یک دوره حداقل ۶ ماهه به‌عنوان یک نیاز تشخیصی در آخرین ویرایش راهنمای تشخیصی و آماری اختلال‌های روانی - ویراست پنجم<sup>۴</sup> (۳۴) گنجانده شده است.

### ۲-۱) پاسخ به مداخله چیست؟

رویکرد پاسخ به مداخله را می‌توان به‌عنوان یک مدل حل مسئله<sup>۵</sup> آموزشی مدرسه محور در نظر گرفت که مهم‌ترین هدف آن پیشگیری از مشکلات یادگیری (مانند، شکست ریاضی) و کمک به یادگیرندگان در دستیابی به شایستگی‌های تحصیلی و رفتاری، از طریق فرآیند کاربردی شیوه‌های آموزشی با کیفیت بالا و معتبر علمی براساس نیازهای یادگیرنده، نظارت بر پیشرفت کودک و انطباق آموزش بر مبنای پاسخ کودک است (۳۵).

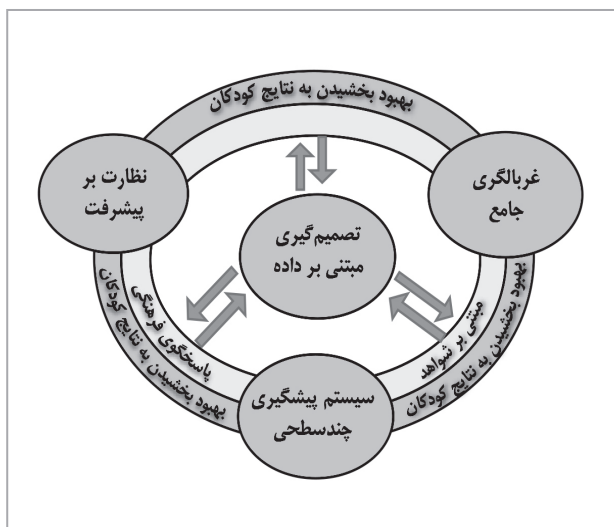
کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، در تکالیف مربوط به شمارش، مقایسه کمیت‌ها، سیالی ریاضی و پردازش عددی، عملکرد پایین‌تری نسبت به همسالان با رشد عادی خود دارند (۱۹). افزون بر این، کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی چالش‌هایی را در یادآوری واقعیت‌های ریاضی، انجام محاسبات و به‌کارگیری استدلال از خود نشان می‌دهند که منجر به پیشرفت پایین در ریاضیات می‌شود (۱۴). با این وجود، این چالش‌ها ممکن است به ساز و کارهای مختلف دیگر، از جمله عوامل شناختی، انگیزشی، اجتماعی-فرهنگی و آموزشی مرتبط باشند (۲۹). در واقع، یک بحث آزاد در مورد مسیرهای رشد کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی وجود دارد. برخی از نویسندگان (۱۱) بر این عقیده هستند که موقعیت‌های نامطلوب محیطی، فرهنگی، اجتماعی یا اقتصادی، احتمال تجربه نتایج ضعیف ریاضی را در طول مسیر آموزشی افزایش می‌دهند، به‌ویژه زمانی که کودک گرایش‌های عصبی زیست‌شناختی به نقص عددی دارد. زمانی چنین عوامل زمینه‌ای تأیید می‌شوند که کودکان به دلیل بروز مشکلات ریاضی «در معرض خطر» در نظر گرفته شوند (۳۰). لین<sup>۱</sup> و همکاران (۳۱) عواملی را که سبب می‌شوند کودکان به کمک آنها در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی قرار بگیرند، به شرح زیر شناسایی و توصیف کردند: (الف) آموزش ناکافی در سال‌های قبل از تحصیل توسط مربیان و معلمان که دانش آموزشی محدودی در زمینه ریاضیات دارند، (ب) ورود به مدرسه با دانش ناکافی از مفاهیم عددی و روش‌های شمارش، (ج) مشکلات نگهداری توجه به تکالیف تحصیلی و (د) مسائل مرتبط با انگیزش پایین و سبک اسنادی ناسازگار. علت هر چه که باشد، شواهد تجربی حاکی از آن است که نمره‌های پایین در آزمون‌های عملکرد تحصیلی در آغاز تحصیلات رسمی، به نوبه خود عملکرد پایین در ریاضی را پیش‌بینی می‌کند.

برآوردهای محافظه‌کارانه نشان می‌دهد شیوع کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی در ادبیات همه‌گیرشناسی شناختی، بین ۱۵ تا ۳۳ درصد بسته به ارزیابی‌ها و معیارهایی که به‌کار گرفته می‌شود، متفاوت است (۳۲، ۱۹). در مطالعات تجربی، معیارهای برش متفاوتی برای عملکرد، از صدک ۱۱ تا ۳۵، به‌منظور شناسایی کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی استفاده شده است (۳، ۳۱). عمدتاً ملاک رایجی که برای

1. Lein  
2. wait to fail  
3. Response to Intervention (RTI)

4. The Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, Fifth Edition (DSM-5)  
5. problem-solving model

مبتنی بر داده<sup>۳</sup>، سیستم پیشگیری چند سطحی<sup>۴</sup> برای ارائه مداخلات، غربالگری جامع<sup>۵</sup> و نظارت بر پیشرفت<sup>۶</sup> است (۳۶). (نمودار ۲ ملاحظه شود)



نمودار ۲) مؤلفه‌های اساسی الگوی پاسخ به مداخله، اقتباس از مرکز ملی پاسخ به مداخله<sup>۷</sup> (۳۷)

رویکرد پاسخ به مداخله، تشخیص به‌هنگام توسط معلمان، با استفاده از روش‌های غربالگری برای شناسایی کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی را پیش‌بینی می‌کند. سپس، در صورت تداوم مشکلات، کودکان در معرض خطر در محیط مدرسه به مجموعه‌ای از مداخلات با شدت بیشتر ارجاع داده می‌شوند (۷). در هر دو قانون هیچ کودکی نباید عقب بماند<sup>۱</sup> و قانون آموزش افراد با ناتوانی<sup>۲</sup> بر اصول کلیدی این الگو تأکید شده است و جایگزین مؤثر مدل اختلاف توانایی-پیشرفت محسوب می‌شود (۶). در حالی که الگوی پاسخ به مداخله شامل فرآیندی است که برای تعیین نیازهای آموزشی کودکان استفاده می‌شود، اما با روند ارجاع آموزش ویژه مترادف نیست. در واقع، برترین مزیت الگوی پاسخ به مداخله، محدود کردن شناسایی و مداخله به منابع موجود در مدارس بدون ارجاع به متخصصان است. این امر مطابق با شواهد فزاینده ماهیت ناهمگون مشکلات یادگیری ریاضی است و به‌طور هم‌زمان، از تأثیرات برجسب زدن نامطلوب نیز جلوگیری می‌کند (۷). الگوی پاسخ به مداخله شامل ۴ مؤلفه اساسی، از جمله تصمیم‌گیری



نمودار ۳) مدل سه سطحی آموزش و پشتیبانی پاسخ به مداخله، اقتباس از کووالسکی و همکاران (۳۵)

1. No Child Left Behind
2. Individuals with Disabilities Education Act (IDEA)
3. data-based decision making
4. multi-level prevention system

5. universal screening
6. progress monitoring
7. National Center on Response to Intervention

اگرچه هیچ مدل جهان‌شمولی از الگوی پاسخ به مداخله وجود ندارد، اما اغلب به صورت یک مدل سه سطحی<sup>۱</sup> (سطح ۱، سطح ۲ و سطح ۳) مفهوم‌سازی می‌شود که از نظر جمعیت کودکان، هدف برنامه و شدت آموزش یا مداخله متفاوت است (۳۸). (نمودار ۳ ملاحظه شود)

بر اساس نظریه‌های علم پیشگیری (۳۹)، کیفیت و شدت مداخله در طول سطوح افزایش می‌یابد. به سخن دیگر، افزایش سطح به این معنی است که تمرکز بیشتر فردی می‌شود، پشتیبانی شدیدتر و در مدت زمان طولانی‌تری برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی ارائه می‌شود (۲۰). همان‌طور که در نمودار (۳) مشاهده می‌شود، استفاده از یک شکل هندسی مثلث برای توضیح الگوی پاسخ به مداخله، بر این ایده استوار است که با حرکت مفهومی در بین سطوح، تعداد کودکان کاهش یافته و شدت مداخله افزایش می‌یابد.

**سطح ۱:** سطح ۱ (پیشگیری اولیه<sup>۲</sup>)، سنگ بنای یک برنامه مؤثر پاسخ به مداخله تلقی می‌شود و شامل چیزی است که عموماً به عنوان آموزش اصلی یا متعارف در نظر گرفته می‌شود. در این سطح معلمان و مدیران به دنبال ارائه آموزش‌های مبتنی بر پژوهش با کیفیت بالا بر اساس استانداردهای رسمی و وزارتی به همه کودکان هستند، به طوری که تقریباً ۸۰ تا ۸۵ درصد آنها بدون کمک بیشتر به نتایج مطلوب دست یابند (۳۵). عملکرد اصلی ارزیابی الگوی پاسخ به مداخله در سطح ۱، شناسایی کودکانی است که در معرض خطر عدم پاسخگویی به برنامه پیشگیری اولیه هستند (۴۰). غربالگری جامع حداقل ۲ بار در سال اجرا می‌شود و از نتایج برای اثربخشی برنامه اصلی و شناسایی به‌هنگام کودکان در معرض خطر استفاده می‌شود. مدارس اغلب در مورد نمره‌های برش برای تعیین سطح مهارت تحصیلی تصمیم می‌گیرند. برخی مدارس هنجارهای ملی را به کار می‌برند، اما بسیاری از آنها هنجارهای بومی خود را تعیین می‌کنند. کودکانی که در سطح «مسلط<sup>۳</sup>» یا بالاتر از آن فعالیت می‌کنند، همچنان در کلاس‌های درسی عمومی به فراگیری تدریس مشغول می‌شوند. از سوی دیگر، کودکانی که پایین‌تر از سطح «مسلط» قرار می‌گیرند (کودکان فاقد پیشرفت کافی در کلاس درسی عمومی)، ممکن است بسته به شدت نیاز، به پشتیبانی آموزشی اضافی (سطح ۲ یا سطح ۳) احتیاج داشته باشند. در حوزه ریاضیات، مداخلات سطح ۱ به «آموزش ریاضی

دقیق» یا آموزش کل کلاس اشاره دارند و به گونه‌ای طراحی شده‌اند که برای ایجاد تعامل با همه کودکان مناسب باشند. پژوهش‌ها به وضوح زمان بهینه‌ای را برای آموزش ریاضی در سطح ۱ مشخص نکرده‌اند، اما به طور کلی روزانه مدت زمان ۵۰ تا ۶۰ دقیقه به آن اختصاص داده می‌شود (۳۳).

**سطح ۲:** سطح ۲ (پیشگیری ثانویه<sup>۴</sup>)، زمینه را به کودکان محدود می‌کند که از طریق غربالگری جامع به عنوان «در معرض خطر» شناسایی شده‌اند، به طوری که تقریباً ۱۰ تا ۱۵ درصد هستند (۳۵). در واقع، اگر مشخص شود کودکی در سطح ۱ پیشرفت مورد انتظاری نداشته است، به مداخله سطح ۲ (پیشگیری ثانویه) ارجاع داده می‌شود که در آن به راهنمایی‌های هدفمند و کمک‌های اساسی‌تری در یادگیری از طریق یک برنامه مداخله معتبر و در قالب گروه‌های کوچک (۲ تا ۵ کودک) با فراوانی ۳ تا ۴ بار در هفته به مدت زمان ۲۰ تا ۳۰ دقیقه در هر جلسه ارائه می‌شود (۳۶). شدت مداخله سطح ۲ (پیشگیری ثانویه) از دو جهت با سطح ۱ (پیشگیری اولیه) متفاوت است: اول اینکه، مداخله سطح ۲ از نظر علمی تأیید شده است، در حالی که مداخله سطح ۱ مبتنی بر اصول پژوهش می‌باشد. دوم اینکه، مداخله سطح ۲ استوار بر آموزش گروه‌های کوچک با هدایت فردی بزرگسال (متخصصان ریاضی، مداخله‌گرها، معلمان آموزش ویژه و معلمان اصلی) است، در صورتی که مداخله سطح ۱ عمدتاً مبتنی بر آموزش کل کلاس است (۴۰). همان‌طور که کووالسکی و همکاران (۳۵) اشاره کرده‌اند، کاربردی‌ترین روش افزایش توان آموزش برای کودکان در معرض خطر، ارائه آموزش در گروه‌های کوچک (۴ تا ۸ نفر) است. مداخلات گروهی کوچک امکانات خوبی را برای کودکان فراهم می‌کنند تا با یکدیگر کار کنند و با استفاده از تکالیف طراحی شده مطابق با سطح دانش و نیازهایشان، مهارت‌هایی را تمرین نمایند که در آنها مشکل دارند. در حوزه ریاضیات، سطح ۲ شامل مداخلات معتبر در گروه‌های کوچک است که به طور خاص مشکلات یادگیری ریاضی خفیف تا متوسط کودکان در معرض خطر را هدف قرار می‌دهد. لازم به ذکر است مداخلات سطح ۲، افزون بر مداخلات اصلی سطح ۱ و نه به جای آنها ارائه می‌شود (۳۳).

**سطح ۳:** حتی با وجود پشتیبانی‌های پیشگیری اولیه و ثانویه، حدود ۳ تا ۵ درصد از کودکان نیاز به مداخلات سطح ۳ (پیشگیری ثالثیه<sup>۵</sup>) را نشان می‌دهند. مداخلات این

1. three-tiered model  
2. primary prevention  
3. proficient

4. secondary prevention  
5. tertiary prevention

سطح ۳ هنوز هم به عنوان یک فعالیت آموزشی عمومی / ترمیمی با پیشرفت های فردی بیشتر در ارزیابی و مداخلات در نظر گرفته می شود (۳۵).

به طور کلی، شواهد تجربی فزاینده ای وجود دارد که اثربخشی رویکرد پاسخ به مداخله را برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی نشان می دهد (۳۶، ۴۱). نمودار ۴، ویژگی های اساسی کاربست مدل سه سطحی پاسخ به مداخله را در یک دبستان نشان می دهد که به عنوان رهنمودی برای کار با کودکان در حوزه ریاضی لحاظ شده است.

سطح امکان دارد به عنوان مکمل یا جایگزین برای آموزش های سطح ۱ و سطح ۲ به کار گرفته شوند (۳۳). در واقع، این سطح برای کودکانی است که کمترین پاسخ را به پیشگیری ثانویه (سطح ۲) نشان می دهند و به پشتیبانی گسترده تر و اغلب فردی با مهارت های هدفمند که نیازهای تحصیلی منحصر به فرد آنها را برآورده می کند، نیاز دارند. در این سطح، ارزیابی جامع توسط یک کارگروه متشکل از افراد با تخصص های مختلف برای تعیین میزان مناسب بودن آموزش خاص و خدمات مرتبط انجام می شود. بر خلاف برخی تصویرسازی ها، مفهوم سازی یک مدل سه سطحی، سطح ۳ را با آموزش ویژه برابر نمی کند. در مقابل،



نمودار ۴) نمونه ای از مدل چند سطحی پاسخ به مداخله در یک دبستان، اقتباس از کووالسکی و همکاران (۳۵)

## ۳) منظور از مفهوم مداخله چیست؟

در حال حاضر مفهوم «مداخله» یک اصطلاح رایج است و با معانی مختلفی در آموزش و پرورش به کار برده می‌شود. در همین راستا، مداخله می‌تواند به برنامه‌های مداخله‌ای اشاره داشته باشد که برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری مورد استفاده قرار می‌گیرند و در اصل پیش‌آگهی زیان‌بخش یادگیری را تغییر می‌دهند (به عنوان مثال، پشتیبانی آموزشی اضافی). به علاوه، مداخله می‌تواند به طرح پژوهشی اشاره داشته باشد که برای مطالعه رشد کودکان استفاده می‌شود و هدف آن بررسی عواملی است که بر یادگیری تأثیر می‌گذارند. این رویکرد اغلب توسط روان‌شناسان رشد به کار برده می‌شود. افزون بر این، طرح پژوهش مداخله‌ای می‌تواند برای بررسی تأثیرهای مداخله‌ای خاص مورد استفاده قرار گیرد، به طوری که در آینده می‌تواند انتشار یابد و توسط معلمان و مربیان به کار گرفته شود. این رویکرد در بین پژوهش‌های روان‌شناسی و آموزش

کودکان استثنایی و روان‌شناسی تربیتی متداول است (۱۰). به طور کلی، مداخله به یک اقدام ترمیمی (اصلاحی) برنامه‌ریزی شده اشاره دارد که برای تغییر رفتار به روشی از پیش تعیین شده انجام می‌شود (۴۲).

پژوهش‌های قبلی نشان می‌دهد برنامه‌های مداخله‌ای مبتنی بر پژوهش که با دقت ارائه می‌شوند و اثربخشی آنها مورد بررسی قرار گرفته است، یادگیری کلاسی بهتری نسبت به مداخلات غیر پژوهشی ایجاد می‌کنند (۴۳). با این وجود، مقایسه اثربخشی برنامه‌های مداخله‌ای مختلف می‌تواند بسیار دشوار باشد. چالش ناشی از این واقعیت است که برنامه‌های مداخله‌ای و مطالعات می‌توانند به شیوه‌های مختلفی، متفاوت باشند. به طور ویژه، برنامه‌های مداخله‌ای ریاضی می‌توانند از نظر هدف مداخله<sup>۱</sup>، گروه هدف<sup>۲</sup>، شرایط<sup>۳</sup>، مدت زمان<sup>۴</sup>، محتوای مداخلات<sup>۵</sup>، رهنمون و پشتیبانی توسعه حرفه‌ای<sup>۶</sup>، ویژگی‌های آموزشی<sup>۷</sup> و طرح پژوهش<sup>۸</sup> متفاوت باشند (جدول ۱ ملاحظه شود).

جدول ۱) ویژگی‌های مداخلات ریاضی

| ردیف | ویژگی          | توصیف                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------|----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱    | هدف مداخله     | <ul style="list-style-type: none"> <li>ترمیمی (اصلاحی)</li> <li>پیشگیرانه</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                        |
| ۲    | گروه هدف       | <ul style="list-style-type: none"> <li>کودکان با اختلال محاسبه‌پریشی یا ناتوانی یادگیری ریاضی (کودکان دوره دوم دبستان، راهنمایی و دبیرستان)</li> <li>کودکان با مشکلات یادگیری ریاضی، کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، عملکرد پایین ریاضی (کودکان پیش‌دبستانی، مهدکودک و دوره اول دبستان)</li> </ul> |
| ۳    | شرایط          | <ul style="list-style-type: none"> <li>فردی</li> <li>گروه کوچک (۳ تا ۸ نفر)</li> <li>گروه بزرگ (همه افراد کلاس)</li> </ul>                                                                                                                                                                                  |
| ۴    | مدت زمان       | <ul style="list-style-type: none"> <li>چه مدت زمان طول می‌کشد؟</li> <li>چند جلسه است؟</li> <li>مدت زمان جلسات چطور است؟</li> <li>چند جلسه در هفته؟</li> </ul>                                                                                                                                               |
| ۵    | محتوای مداخلات | <ul style="list-style-type: none"> <li>مهارت‌های ریاضی خاص</li> <li>چندمهارتی</li> <li>مهارت‌های پایه</li> <li>مهارت‌های پیچیده</li> </ul>                                                                                                                                                                  |

1. target intervention  
2. target group  
3. setting  
4. duration

5. interventions content  
6. conductor and professional developmental support  
7. instructional features  
8. research design

| ردیف | ویژگی                          | توصیف                                  |
|------|--------------------------------|----------------------------------------|
| ۶    | رهنمون و پشتیبان توسعه حرفه‌ای | • معلم                                 |
|      |                                | • پژوهشگر                              |
| ۷    | ویژگی‌های طراحی آموزشی         | • آموزش صریح و منظم                    |
|      |                                | • استفاده از سطوح عینی-بازنمای-انتزاعی |
|      |                                | • روش‌های متعدد برای تمرین             |
|      |                                | • استفاده از رایانه                    |
| ۸    | طرح پژوهش                      | • پیش‌آزمون-پس‌آزمون                   |
|      |                                | • پس‌آزمون‌های تأخیری فوری             |
|      |                                | • مهارت‌های خاص تمرین‌شده              |
|      |                                | • مجموعه بزرگی از مهارت‌های ریاضی      |
|      | مقایسه بین‌گروهی               | • محقق ساخته                           |
|      |                                | • مجموعه آزمون‌های استانداردشده        |
|      |                                | • گروه کنترل فعال                      |
|      |                                | • گروه کنترل غیرفعال                   |

سنی متفاوت باشند. در حال حاضر، بیشتر مطالعات با کودکان کم‌سن‌وسال‌تر در مقاطع پیش‌دبستانی و مهدکودک (۴۷، ۴۸) و دبستان (۳) انجام شده است، اما پیشرفت خوبی در مداخلات با کودکان بزرگ‌تر نیز وجود دارد (۴۹).

**شرایط:** ممکن است تفاوت‌هایی در شرایط مداخله وجود داشته باشد؛ بدین صورت که مداخلات را می‌توان به صورت فردی (۵۰، ۵۱)، در گروه‌های کوچک ۳ تا ۸ کودک (۵۲، ۵۳) و یا با یک گروه بزرگ، مانند همه افراد کلاس (۵۴) انجام داد. از نظر شرایط، مداخله می‌تواند آموزش اصلی<sup>۲</sup> باشد؛ بنابراین، در طول دروس منظم ریاضی انجام می‌گیرد و جایگزین برنامه درسی ریاضی می‌شود که پیش از این در کلاس به کار گرفته شده است (۵۵). مداخله می‌تواند مکمل<sup>۳</sup> باشد، به گونه‌ای که در طی آن کودکان دروس ریاضی با سطح متوسط را دنبال کنند و در رأس آن پشته‌آموزشی اضافی را در مهارت‌هایی که نیاز بیشتری به پشتیبانی دارند، به دست آورند (۳۰).

**مدت زمان:** زمان اجرا نیز یک ویژگی مهم است (مدت زمان قرار گرفتن برای مداخله). برنامه‌های مداخله‌ای می‌توانند کوتاه‌مدت<sup>۴</sup> (چند ساعت) یا بلندمدت<sup>۵</sup> (بیش از ۶۰ ساعت)

**هدف مداخلات:** هدف‌های یک برنامه مداخله‌ای می‌تواند ترمیمی (اصلاحی) یا پیشگیرانه<sup>۱</sup> باشد. مداخله ترمیمی زمانی مورد نیاز است که کودکان از پیش به عنوان افراد با مشکلات شدید یادگیری ریاضی (مانند، محاسبه‌پریشی) شناسایی شده باشند (۱۰). هدف برنامه‌های مداخله‌ای پیشگیرانه، بازدارندگی از مشکلات یادگیری بعدی است. مداخلات پیشگیرانه اغلب با کودکان خردسال در مقاطع پیش‌دبستانی و دبستانی مورد استفاده قرار می‌گیرند و هدف آنها تضمین کردن این موضوع است که کودکان شالوده مهارت‌های بنیادین ضروری در یادگیری بعدی را فرا می‌گیرند (۴۴).

**گروه هدف:** گروه‌های کانون هدف می‌توانند در مطالعات مداخله‌ای متفاوت باشند. آنها ممکن است به عنوان کودکانی تشخیص داده شوند که بر اساس پیشینه خانوادگی اجتماعی-اقتصادی پایین خود در یادگیری ریاضی عملکرد پایینی (کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی) دارند (۴۵، ۴۶) و یا کودکانی که در یادگیری ریاضی با مشکلات شدید (ناتوانی یادگیری ریاضی یا محاسبه‌پریشی) تشخیص داده می‌شوند (۶). همچنین، گروه‌های هدف می‌توانند از نظر

1. preventive  
2. core  
3. supplementary

4. short time  
5. long time

محیط‌های مشابه با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در حالت ایده آل، مداخله تنها تفاوت بین کودکان شرکت‌کننده است.

#### ۴) کدام ویژگی‌ها، مداخلات ریاضی را برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی مؤثر می‌سازند؟

هنگامی که نیاز به تصمیم‌گیری در مورد کاربری یک برنامه مداخله‌ای برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی وجود دارد، باید برنامه‌ها و مطالعات با ویژگی‌های مختلف را مقایسه کرد. این کار باید با دقت و ژرف‌نگری انجام شود، چراکه برنامه‌های مداخله‌ای و مطالعات همان‌طور که در سطرهای بالا ذکر شد، ممکن است در جنبه‌های مختلف متفاوت باشند و این موضوع خود می‌تواند کار مقایسه را با دشواری مواجه کند (۲۰). به‌طور خاص و مطابق با الگوی پاسخ به مداخله، مداخله ریاضی سطح ۲ به آموزش مکمل یا اضافی ارائه شده به کودکانی اشاره دارد که استانداردهای سطح پایه را برآورده نمی‌کنند و مشکلات یادگیری ریاضی خفیف تا متوسط، از جمله در معرض خطر بودن را هدف قرار می‌دهد (۳۶). شواهد تجربی، اثربخشی مداخلات ریاضی سطح ۲ را در بهبود عملکرد کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی نشان داده‌اند (۶۶، ۶۸).

چندین نهاد آموزشی و کارگروه تخصصی معتبر در مورد شیوه‌هایی که می‌توان هنگام کار با کودکان نیازمند به مداخله سطح ۲ در ریاضیات (کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی) اجرا شوند، رهنمودهایی ارائه کرده‌اند (۶۹). براساس مرکز ملی مداخلات شدید<sup>۷</sup> (۷۰)، مداخلات ریاضی سطح ۲ باید شامل راهبردهای آموزشی صریح و منظم، پرسشگری مؤثر برای گسترش دانش ریاضی، الگوهای توالی بازنمایی عینی-نمادین-انتزاعی، تدریس واژگان و نمادهای ریاضی، ایجاد سیالی و تحلیل خطاها باشد. همچنین، رهنمودهای ارائه شده توسط «موسسه چه چیزی مؤثر است»<sup>۸</sup> برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، تأکید می‌کند که مداخلات باید بر آموزش ریاضی و روابط اعداد صحیح، آموزش مهارت‌های صریح و استفاده از بازنمایی‌های دیداری مفاهیم متمرکز باشد. علاوه بر این، توسعه سیالی و خودکار بودن با شروع مهارت‌های ریاضی باید مورد توجه قرار گیرد (۷۱).

باشند؛ همچنین، زمان یک جلسه می‌تواند از ۱۰ تا ۶۰ دقیقه متفاوت باشد (۵۶)؛ افزون بر این، تعداد جلسات نیز ممکن است ناهمسان باشد. به‌عنوان مثال، سالمین و همکاران (۴۴) تفاوت‌های زمانی مورد استفاده در پژوهش‌های آموزشی را به کمک رایانه در زمینه مشکلات یادگیری ریاضی مورد بررسی قرار دادند. نتایج حکایت از آن داشت که تفاوت‌های زمانی بین ۲ هفته تا یک نیمسال تحصیلی متغیر است و جلسات بین ۱ تا ۶۰ دقیقه طول می‌کشند. همچنین، به نظر می‌رسد که تنوع زیادی در تعداد جلسات وجود داشته است (از ۷ تا ۵۰ جلسه). دنیس<sup>۱</sup> و همکاران (۵۷) گزارش کردند طول مدت زمان مداخله بین ۴۰۰ تا ۵۴۰۰ دقیقه، در مداخلات گروه کوچک یادگیری ریاضیات، برای کودکان مهدکودک متفاوت است.

**محتوای مداخلات:** محتوای مداخلات ریاضی نیز می‌تواند متغیر باشد. برنامه‌های مداخله‌ای هستند که فقط برخی مهارت‌های ریاضی خاص، از جمله مقایسه بزرگی اعداد<sup>۲</sup> و تخمین محور اعداد<sup>۳</sup> را تمرین می‌کنند (۵۸)؛ دسته دیگر، برنامه‌های مداخله‌ای هستند که چندین مهارت ریاضی اولیه و پایه را تمرین می‌کنند (۵۹). مهارت‌هایی که تمرین می‌شوند، می‌توانند از لحاظ ماهیت، دربرگیرنده مهارت‌های ریاضی خاص و بنیادین، نظیر مهارت‌های عددی اولیه (۶۰) یا متمرکز بر حل مسائل پیچیده ریاضی باشند (۶۱).

**رهنمون و پشتیبانی توسعه حرفه‌ای:** مداخلات را می‌توان توسط پژوهشگر (۶۲) یا معلم (۶۳) انجام داد. اگر مداخله توسط معلم انجام شود، به پشتیبانی خوب برای توسعه حرفه‌ای نیاز دارد تا بتواند اصول و روش اجرای مداخله را همان‌طور که هدف طراحان بوده است، درک کند. به این ترتیب، روایی بوم‌شناختی<sup>۴</sup> آن تأمین می‌شود (۵۲).

**جنبه‌های طراحی آموزشی:** مداخلات می‌توانند شامل ویژگی‌های مختلف، از قبیل آموزش صریح و منظم (۶۴، ۶۵)، به‌کارگیری بازنمایی‌های دیداری در معرفی ایده‌های ریاضی از طریق سطوح عینی-نمادین-انتزاعی<sup>۵</sup> (۶۶) یا استفاده از آموزش به کمک رایانه<sup>۶</sup> (۶۷) باشند.

**طرح پژوهش:** هنگامی که اثربخشی مداخلات مورد مطالعه قرار می‌گیرد، اندازه‌گیری تأثیر مرتبط با گروه‌های مقایسه‌ای کودکان مهم است؛ به‌طوری‌که کودکان در سطوح عملکردی یکسان، در

1. Dennis  
2. numerical magnitude comparison  
3. number line estimation  
4. ecological validity

5. concrete-representational-abstract  
6. computer-assisted instruction  
7. National Center on Intensive Intervention  
8. What Works Clearinghouse

کوتاه‌تر به طول انجامید و متشکل از کودکان خردسال‌تر بودند. همچنین، مداخلات با گروه‌های کوچک، گروه‌بندی‌های انعطاف‌پذیر و گروه‌های درمانی یک به یک، در مقایسه با گروه‌های درمانی با استفاده از یادگیری به کمک همسالان، اثرهای متوسط و بزرگی را نشان دادند.

اخيراً در یک فراتحلیل، دنیس و همکاران (۵۷) معلوم داشتند که متغیرهای آموزشی مؤثر، شامل یادگیری به کمک همسالان و آموزش صریح هستند؛ در حالی‌که مداخلات دربرگیرنده فناوری، کمترین تأثیر را در بهبود عملکرد کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی داشتند. به علاوه، آنها گزارش کردند که مداخله ارائه‌شده در قالب آموزش گروهی کوچک، برای کودکانی که مشکلات یادگیری ریاضی دارند، اثربخش‌تر است. در مطالعه‌ای دیگر، مونونن<sup>۸</sup> و همکاران (۷۵) ادبیات مربوط به مداخلات سواد عددی اولیه را برای کودکان سنین ۴ تا ۷ سال در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، بررسی کردند. نتایج نشان داد کودکان در گروه‌های درمان زمانی پیشرفت کردند که مداخلات (به‌ویژه مداخلات مکمل) شامل آموزش صریح و راهبردهای یادگیری مبتنی بر همتایان بودند و به‌صورت بازی، آموزش رایانه‌ای یا در یک چارچوب عینی-نمادین-انتزاعی ارائه می‌شدند. افزون براین، پیاده‌سازی مداخلات در یک گروه کوچک یا به‌صورت فردی، اندازه‌های اثر بزرگ‌تری را نسبت به مداخلات با کل کلاس ایجاد کردند. همچنین، مداخلات کوتاه‌تر (کمتر از ۱۲ هفته) که به‌صورت منظم اجرا می‌شد، مهارت‌های عددی اولیه را به‌طور قابل‌توجهی بهبود بخشید.

در مجموع، با رویداشت به مطالب یادشده و مرور مطالعات پژوهشی، مشخص شد که می‌توان ۶ ویژگی را بر اساس برجستگی آنها در برنامه‌های مداخله‌ای، به‌عنوان رهنمودهای طراحی مداخلات ریاضی مؤثر (سطح ۲) برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی در نظر گرفت (جدول ۲ ملاحظه شود). این رهنمودها، رویکردهای مؤثری را برای مداخلات ریاضی نشان می‌دهند که می‌توانند نیازهای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری را در گروه‌های کوچک برآورده و آنان را در جهت انجام سیال‌تر ریاضی هدایت کنند.

از سوی دیگر، مطالعات اخیر نشان می‌دهد پیشرفت چشمگیری در توسعه روش‌شناسی بررسی مداخلات صورت گرفته است. در ابتدا، مطالعات مداخله‌ای فردی با نمونه‌های بسیار کوچک و روش نمونه‌گیری در دسترس، اما با معیارهای گوناگون کنترل بسیار زیاد، وجود داشت. در حال حاضر، یافته‌ها حاکی از آن است که تقاضای زیادی برای کارآزمایی‌های کنترل‌شده تصادفی، مداخلات در مقیاس بزرگ<sup>۱</sup> و مطالعات تکراری<sup>۲</sup> برای پدیدآوردن شواهد قابل‌اعتماد در مورد اثربخشی مداخلات وجود دارد (۵۸، ۷۲). روش‌های جایگزین برای درک اثربخشی مداخلات در یادگیری کودکان، فراتحلیل‌ها<sup>۳</sup> و مقالات مروری منظم<sup>۴</sup> است که هدف از آنها خلاصه کردن نتایج پژوهش‌های مداخله‌ای قبلی است. این دسته از پژوهش‌ها، در مقایسه با مطالعات فردی انجام گرفته، تصویر گسترده‌تری از حوزه مداخلات را ارائه می‌دهند. بررسی‌های پژوهش‌های اخیر با کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی پیش‌دبستانی و دبستانی نشان داده‌اند که مؤثرترین برنامه‌های مداخله‌ای ریاضی مناسب، معمولاً شامل اصولی هستند که در بالا توضیح داده شد (۷۴، ۷۶).

چاریتاکی<sup>۵</sup> و همکاران (۷۳) در مطالعه‌ای میزان اثربخشی مداخلات سواد عددی اولیه را در کودکان خردسال در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی مورد بررسی قرار دادند. با توجه به معیارهای ورود و خروج، ۲۰ مطالعه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج مدل فرارگرسیون نهایی، اثربخشی درمانی بزرگ‌تری را برای مداخلات کوتاه‌مدت شامل ۱ تا ۹ جلسه، پیش‌بینی کرد. به‌طور میانگین، مداخلات مشتمل بر راهبردهای آموزشی، از قبیل آموزش صریح<sup>۶</sup>، بازخورد اصلاحی، بازنمایی عینی-نمادین-انتزاعی، دست‌کاری عینی، بازنمایی دیداری و ترتیب آموزشی یک به یک برای کودکان ۵ تا ۸ سال، نسبتاً مؤثرتر است. به‌طور مشابه، نلسون و مک‌مستر<sup>۷</sup> (۳۲) یک فراتحلیل با هدف ارزیابی اثربخشی مداخلات عددی اولیه در کودکان ۴ تا ۷ سال در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی انجام دادند. نتایج نشان داد اکثر مداخلات (۶۹ درصد) شامل ۲ یا چند مؤلفه آموزش صریح بودند و اثرهای درمانی بزرگ‌تر به مداخلاتی تعلق داشت که ۸ هفته یا مدت

1. large-scale interventions  
2. replication studies  
3. meta analyses  
4. systematic reviews

5. Charitaki  
6. explicit instruction  
7. Nelson & McMaster  
8. Mononen

## جدول ۲) رهنمودهای طراحی مداخلات ریاضی مؤثر برای بهبود عملکرد کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی

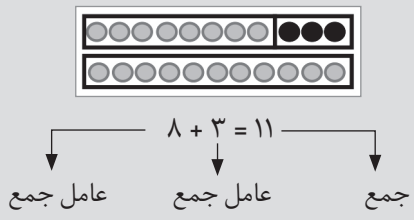
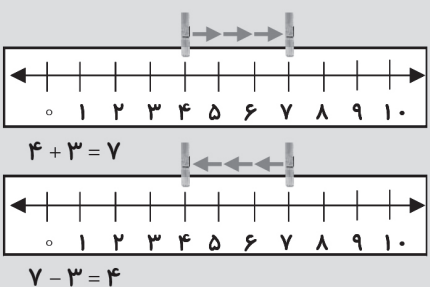
| توصیف رهنمودها                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>رهنمود ۱: آموزش صریح و منظم</b></p> <p>اصطلاح صریح و منظم نشان می‌دهد که محتوای مداخله و عناصر آموزشی به صورت تدریجی (گام به گام) و هدفمند، دانش کودکان را در طول زمان به سمت پیامد (های) یادگیری هدایت می‌کند. صرف نظر از مفهوم یا مهارتی که آموزش داده می‌شود، آموزش صریح و منظم باید شامل مؤلفه‌های پیش سازمان دهنده، ارزیابی دانش قبلی، الگوسازی، تمرین هدایت‌شده، تمرین مستقل و نگهداری باشد.</p>                                                                                    |
| <p><b>رهنمود ۲: زبان ریاضی</b></p> <p>زبان ریاضی، زبان تحصیلی است که نسبت به زبان محاوره‌ای یا غیررسمی، درک دقیق‌تری از ایده‌های ریاضی را منتقل می‌کند و شامل واژگان، اصطلاحات و ساختارهای زبانی است که هنگام فکر کردن، صحبت کردن و نوشتن در مورد ریاضیات استفاده می‌شود. هنگامی که زبان ریاضی در طول مداخله به صورت درست استفاده و مدل‌سازی شود، کودکان چگونگی مطابقت کلمات با محتوای ریاضی که یاد می‌گیرند را می‌شنوند و شروع به ادغام این زبان در توضیح خود از ریاضی می‌کنند.</p>            |
| <p><b>رهنمود ۳: بازنمایی‌ها</b></p> <p>بازنمایی اشاره به چیزی دارد که جای چیز دیگری را می‌گیرد یا نماد آن به حساب می‌آید. کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، به آموزش اضافی و متمرکز با استفاده از بازنمایی‌ها برای مدل‌سازی ایده‌های ریاضی نیاز دارند. بازنمایی‌ها را به دقت انتخاب و آنها را به طور مشخص به بازنمایی‌های انتزاعی متصل کنید (نمادگذاری ریاضی). اگر به این شیوه عمل شود، کودکان می‌توانند ارتباط بین بازنمایی‌ها و ریاضیات را مفهوم‌سازی کنند.</p>                        |
| <p><b>رهنمود ۴: محور اعداد</b></p> <p>محور اعداد یک بازنمایی ریاضی منحصر به فرد است که می‌تواند به طور هم‌زمان تمام اعداد حقیقی، از جمله اعداد صحیح و گویا، اعداد مثبت و منفی و سایر مجموعه اعداد را نشان دهد. این توانایی برای بازنمایی مجموعه‌های مختلف اعداد، محور اعداد را به ابزاری قدرتمند برای کمک به کودکان در ایجاد درک یکپارچه و درست از سیستم اعداد و پشتیبانی از یادگیری ریاضیات پیشرفته آنها تبدیل می‌کند.</p>                                                                     |
| <p><b>رهنمود ۵: مسائل کلامی</b></p> <p>مسائل کلامی، تمرین‌های ریاضی هستند که موقعیت‌های واقعی را به جای استفاده از نمادهای ریاضی در قالب متنی متشکل از چند جمله یا یک پاراگراف توصیف می‌کنند و باعث تعمیق درک ریاضی می‌شوند. برای برنامه‌ریزی و حل موفقیت‌آمیز مسائل کلامی، کودکان باید روایت مسئله را بخوانند و درک کنند، مشخص نمایند که مسئله از آنها چه چیزی را می‌خواهد ببیند و یک یا چند عملیات ریاضی را شناسایی کنند که مسئله را حل می‌کند.</p>                                           |
| <p><b>رهنمود ۶: فعالیت‌های زمان‌بندی‌شده</b></p> <p>فعالیت‌های زمان‌بندی‌شده، فعالیت‌هایی که بین ۱ تا ۵ دقیقه طول می‌کشند و تمام تمرکز مداخله نیستند. در مقابل، آنها یک بخش گنجانده‌شده در یک مداخله چندبخشی هستند. کارکرد اساسی فعالیت‌های زمان‌بندی‌شده، پشتیبانی از ایجاد سیالی است. زمانی که کودکان روی یک مفهوم در بسیاری از درس‌ها تمرین کردند، فعالیت‌های زمان‌بندی‌شده را به مداخله اضافه کنید. از فعالیت‌های زمان‌بندی‌شده برای معرفی و آموزش مفاهیم و عملیات ریاضی استفاده نکنید.</p> |

## ۴-۱) کاربری رهنمودها در عمل

همچنین، مثال‌هایی از رهنمودها را به هنگام آموزش به کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی نشان می‌دهد.

در جدول ۳) به توصیف و نیز توضیح شیوه کاربری هر کدام از رهنمودها در عمل پرداخته شده است.

جدول ۳) شیوه کاربری هر رهنمود به همراه نمونه‌ای از جمله‌بندی‌های معلم (آزمونگر)

| رهنمود            | شیوه کاربری رهنمود                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | مثال                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| آموزش صریح و منظم | <ol style="list-style-type: none"> <li>۱. مرور و ادغام محتوای آموخته شده قبلی</li> <li>۲. استفاده از اعداد موجود هنگام معرفی مفاهیم و رویه‌های جدید</li> <li>۳. ارائه آموزش در گام‌های کوچک و منظم</li> <li>۴. ارائه پشتیبانی دیداری و کلامی</li> <li>۵. ارائه بازخورد فوری و مفید</li> </ol>                                                                                                                                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• امروز می‌خواهیم با ارزش مکانی و اعداد بین ۱۱ تا ۱۹ آشنا شویم.</li> <li>• معلم عدد ۱۲ را روی تخته می‌نویسد.</li> <li>• این چه عددی است؟ (۱۲)</li> <li>• دوازده از ۱ دسته ده تایی (معلم ۱ دسته چینه ده تایی را در ستون ده‌تایی قرار می‌دهد) و ۲ یکی (معلم ۲ عدد چینه را در ستون یکی قرار می‌دهد) تشکیل شده است.</li> <li>• در ۱۲ چند تا ده تایی وجود دارد؟ (۱) در ۱۲ چند تا یکی وجود دارد؟ (۲) آفرین!</li> <li>• معلم عدد ۱۲ را به‌درستی زیر الگو در ستون‌های ارزش مکانی می‌نویسد.</li> <li>• معلم این فعالیت را با اعداد ۱۴، ۱۷ و ۱۳ تکرار می‌کند.</li> </ul> |
| زبان ریاضی        | <ol style="list-style-type: none"> <li>۱. آموزش واژگان ریاضی به‌طور معمول (مانند، تعاریف کودک پسند)</li> <li>۲. استفاده از زبان ریاضی واضح، کوتاه و درست در طول آموزش</li> <li>۳. پشتیبانی از کودکان در استفاده از زبان دقیق ریاضی هنگام توضیحات شفاهی و کتبی خود درباره مفاهیم ریاضی</li> </ol>                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• اصطلاح «جمع» به پیوند زدن یا ترکیب کردن دو مجموعه با هم گفته می‌شود. جمع با نماد + نمایش داده می‌شود.</li> <li>• <math>۸ + ۳ = ۱۱</math> یک معادله جمع است.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| بازنمایی‌ها       | <ol style="list-style-type: none"> <li>۱. به‌کارگیری و ارائه توالی بازنمایی عینی-نمادین و انتزاعی</li> <li>۲. پیوند بازنمایی‌های عینی و نمادین به بازنمایی‌های انتزاعی هنگام آموزش مفاهیم و رویه‌ها</li> <li>۳. فراهم کردن فرصت‌های فراوان و معنی‌دار برای کودکان به‌منظور استفاده از بازنمایی‌ها به‌عنوان ابزار تفکر</li> <li>۴. بازبینی دوره‌ای توالی بازنمایی عینی-نمادین و انتزاعی برای تقویت و تعمق بخشیدن به درک ایده‌های ریاضی</li> </ol> | <p>عینی </p> <p>نمادین </p> <p>انتزاعی </p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| محور اعداد        | <ol style="list-style-type: none"> <li>۱. بازنمایی اعداد صحیح، کسرها و اعشار بر محور اعداد برای ایجاد درک کودکان از بزرگی عددی</li> <li>۲. کمک کردن به کودکان در درک کمیت از طریق مقایسه اعداد و تعیین اندازه نسبی آنها با استفاده از محور اعداد</li> <li>۳. به‌کارگیری محور اعداد برای ایجاد درک کودکان از مفاهیم بنیادین عملیات</li> </ol>                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |

| رهنمود                   | شیوه کاربری رهنمود                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | مثال                                                                                                                                                                                                                                                   |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| مسائل کلامی              | ۱. آموزش کودکان به شناسایی انواع مسائل کلامی دارای فعالیت یا صورت یکسان (مانند، مسائل مقایسه‌ای)<br>۲. آموزش روش‌های حل مسئله برای حل مسائل گوناگون<br>۳. گسترش توانایی کودکان برای شناسایی اطلاعات مربوط به مسائل کلامی با ارائه اطلاعات مسائل به طور متفاوت<br>۴. آموزش واژگان یا زبان مورد استفاده در مسائل کلامی به منظور کمک به کودکان در درک و فهم مسائل<br>۵. گنجاندن ترکیبی از انواع مسائل قبلاً و جدیداً آموخته شده در طول مداخله                                                  | • زهرا ۴ مداد رنگی دارد. امین ۳ مداد رنگی دیگر به او می‌دهد. حالا علی چند مداد رنگی دارد؟<br>• نیما ۵ پرتقال دارد. آزاده ۲ تا از پرتقال‌هایش را می‌خورد. حالا نیما چند پرتقال دارد؟<br>• ۲ و ۴ می‌شود چند؟<br>• ۳ تا از ۷ کم شود، چند تا باقی می‌ماند؟ |
| فعالیت‌های زمان بندی شده | ۱. شناسایی موضوعات قبلاً یاد گرفته شده برای فعالیت‌هایی که از سیالی پشتیبانی می‌کنند و ایجاد یک جدول زمان بندی<br>۲. انتخاب فعالیت و لوازم مورد نیاز برای استفاده در فعالیت‌های زمان بندی شده و تعیین انتظارات مشخص<br>۳. اطمینان حاصل کردن از کودکان در داشتن یک راهبرد مؤثر برای استفاده حین تکمیل فعالیت‌های زمان بندی شده<br>۴. برانگیختن و ترغیب کودکان برای سخت‌کوشی از طریق ترسیم نمودار پیشرفت خود<br>۵. ارائه بازخورد فوری به کودکان برای تصحیح خطاها با استفاده از یک راهبرد مؤثر | • اگر آموزش متمرکز بر عملیات جمع است، می‌توانید ابتدا با $n + 1$ یا دو برابر شروع کنید. سپس سختی ماده‌ها را افزایش دهید تا ترکیب‌های دشوار دیگری را نیز در آن بگنجانید.                                                                                |

## ۴-۲) هم‌نهشتی روابط بین مطالعات و رهنمودها

خلاصه‌ای کوتاه از شواهد پژوهشی که هر رهنمود را پشتیبانی می‌کند، در جدول (۴) نشان داده شده است.

جدول (۴) ترسیم رابطه بین هر مطالعه و ۶ رهنمود ارائه شده

| رهنمودها                 |             |            |             |            |            | مطالعات                      |
|--------------------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|------------------------------|
| فعالیت‌های زمان بندی شده | مسائل کلامی | محور اعداد | بازنمایی‌ها | زبان ریاضی | آموزش منظم |                              |
|                          | x           | x          | x           | x          | x          | استرنند کری و همکاران (۲۰۱۷) |
| x                        |             |            | x           | x          | x          | آنیو و همکاران (۲۰۲۱)        |
|                          |             |            | x           | x          | x          | براینت و همکاران (۲۰۱۶)      |
| x                        |             | x          | x           | x          | x          | براینت و همکاران (۲۰۲۱)      |
| x                        |             | x          | x           |            |            | پاسالونگی و کاستا (۲۰۱۶)     |
| x                        |             |            | x           | x          | x          | پاول و درایور (۲۰۱۵)         |
| x                        |             |            | x           |            | x          | پاول و همکاران (۲۰۱۵ الف)    |
| x                        |             |            | x           |            | x          | پاول و همکاران (۲۰۱۵ ب)      |

| رهنمودها                    |             |            |             |            |            | مطالعات                      |
|-----------------------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|------------------------------|
| فعالیت های<br>زمان بندی شده | مسائل کلامی | محور اعداد | بازنمایی ها | زبان ریاضی | آموزش منظم |                              |
| x                           |             |            |             |            | x          | پرات و دسویت (۲۰۱۹)          |
| x                           |             | x          | x           | x          | x          | تول و ون لیوت (۲۰۱۲)         |
| x                           |             | x          | x           | x          | x          | تول و ون لیوت (۲۰۱۳)         |
| x                           | x           |            | x           | x          | x          | جردن و همکاران (۲۰۱۲)        |
| x                           | x           |            | x           |            | x          | جیمز و همکاران (۲۰۲۱)        |
|                             |             |            | x           | x          | x          | دابلر و همکاران (۲۰۱۶)       |
| x                           | x           |            | x           | x          | x          | دایسون و همکاران (۲۰۱۳)      |
| x                           |             |            |             |            | x          | دسویت و پرات (۲۰۱۳)          |
| x                           | x           |            | x           |            | x          | دی لئون و همکاران (۲۰۲۱)     |
| x                           |             |            | x           |            | x          | سالمین و همکاران (۲۰۱۵)      |
| x                           |             |            | x           |            | x          | شاختر و همکاران (۲۰۱۶)       |
| x                           |             | x          | x           | x          | x          | فوکس و همکاران (۲۰۱۳)        |
| x                           |             |            | x           |            | x          | فین و همکاران (۲۰۱۶)         |
| x                           | x           |            | x           |            | x          | کلارک و همکاران (۲۰۱۴)       |
| x                           |             |            | x           | x          | x          | کلارک و همکاران (۲۰۱۶ الف)   |
| x                           |             |            | x           | x          | x          | کلارک و همکاران (۲۰۱۶ ب)     |
|                             |             |            | x           | x          | x          | کلارک و همکاران (۲۰۱۷)       |
|                             |             |            | x           | x          | x          | کلارک و همکاران (۲۰۲۰)       |
|                             | x           | x          | x           | x          | x          | کلارک و همکاران (۲۰۲۲)       |
| x                           |             | x          | x           |            | x          | گرستن و همکاران (۲۰۱۵)       |
| x                           |             |            | x           | x          | x          | لوپز-پدرسون و همکاران (۲۰۲۲) |
| x                           |             | x          | x           |            | x          | مانز و همکاران (۲۰۲۲)        |
| x                           |             |            | x           | x          | x          | مونون و آنیو (۲۰۱۴)          |
| x                           |             |            | x           | x          | x          | مونون و آنیو (۲۰۱۶)          |
| x                           | x           |            | x           | x          | x          | هاسینجر-داس و همکاران (۲۰۱۵) |
| x                           |             | x          | x           |            | x          | هلستند و همکاران (۲۰۲۰)      |

## بحث

این مطالعه با هدف ارائه رهنمودهایی جهت طرح ریزی، توسعه و کاربری مداخلات ریاضی برای کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی ۵ تا ۸ سال ایرانی انجام گرفت. پس از کنکاش در مبانی نظری و ادبیات پژوهشی، شواهد حاکی از آن است کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری

ریاضی به گروهی از افراد بین ۵ تا ۸ سال (پیش دبستان تا پایه دوم دبستان) اطلاق می شود که بدون تشخیص قطعی و رسمی ناتوانی یادگیری ریاضی یا محاسبه پریشی، در حال تقلا کردن برای یادگیری ریاضی هستند و عملکرد ریاضی پایین تر از متوسط یا در حد متوسط (عملکرد بین صدک ۱۱ تا ۳۵ نسبت به همسالان خود دارند. همچنین، یافته ها نشان می دهد که چگونه رویکرد پاسخ به مداخله می تواند به عنوان یک چارچوب

سازمان‌دهی یک برنامه مداخله‌ای تکمیلی/اضافی (سطح ۲) در حوزه ریاضی، بلکه به اولیای امور، با پیشنهاد رهنمودهای آموزشی مؤثر و عملی، کم‌هزینه و قابل اجرا برای گنجاندن در برنامه‌ریزی‌های آموزشی و ارائه خدمات به این کودکان، کمک کند. این رهنمودها، یک چارچوب کلی برای تصمیم‌گیرندگان آموزشی جهت تطبیق و اصلاح شیوه‌های آموزشی ایجاد می‌کنند که به نیازهای پیچیده کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی پاسخ می‌دهند. افزون بر این، هدف آنها تعمیق معنادار به تدریس و آموزش و پیشگیری از آموزش‌های سطحی، تکراری و نادرست است که متأسفانه هنوز هم در مدارس دیده می‌شود. ایجاد برنامه‌های مداخله‌ای سطح ۲ و برنامه‌ریزی آموزشی مبتنی بر یافته‌های پژوهشی، با هدف و راهبردهای خوب، گامی کلیدی در پشتیبانی از نه تنها آموزش باکیفیت، بلکه یادگیری معنادار برای کودکان است.

### تشکر و قدردانی

این مقاله برگرفته از رساله دکتری نویسنده اول و کد اخلاق EE/1400.2.24.37358/Scu.ac.ir در دانشگاه شهید چمران اهواز و با حمایت ستاد راهبری توسعه علوم و فناوری‌های شناختی انجام شده است.

### تضاد منافع

بین نویسندگان مقاله حاضر هیچ تضاد یا تعارض منافی وجود ندارد.

مفید و مشکل‌گشا در زمینه شناسایی کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی و سپس برنامه‌ریزی مداخله به‌هنگام برای پیشگیری از ابتلا به ناتوانی ریاضی در نظر گرفته شود. با توجه به پذیرش و کاربری فزاینده رویکرد پاسخ به مداخله در سیستم‌های آموزشی سراسر کشورهای جهان، شواهد نشان می‌دهد کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی نیازهای یادگیری منحصر به فرد و مداومی دارند و اغلب به مداخلات تکمیلی/اضافی (سطح ۲) در حوزه ریاضی نیاز دارند. هنگامی که مداخله سطح ۲ به خوبی مفهوم‌سازی، طراحی و ارائه شود، یک خدمت مفید و منبع ارزشمندی است که به بسیاری از کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی فرصت می‌دهد تا زمینه کافی برای لذت بردن از یک «شروع جدید» در کلاس‌های درسی خود داشته باشند و موفقیت بلندمدت را تجربه کنند.

از این رو، نتایج به‌دست آمده از مداخلات ریاضی مورد بررسی در این پژوهش، مجموعه‌ای کارآمد از رهنمودهای آموزشی (آموزش صریح و منظم، زبان ریاضی، بازنمایی‌ها، محور اعداد، مسائل کلامی و فعالیت‌های زمان‌بندی‌شده) را نشان می‌دهد که زمینه‌ساز امکان طراحی برنامه‌های مداخله‌ای تکمیلی/اضافی (سطح ۲) ریاضی برای ارتقاء یادگیری و بهبود نتایج کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی هستند. این ۶ رهنمود آموزشی نه تنها به‌طور بالقوه مؤثر هستند، بلکه آنها آموزه‌هایی کاملاً متفاوت از آموزه‌های مداخلات سطح ۱ و سطح ۳ را نشان می‌دهند.

### نتیجه‌گیری

در مجموع، مطالعه حاضر بر نیاز فوری به پژوهش‌های بیشتر در زمینه ایجاد برنامه‌های مداخله‌ای سطح ۲ برای بهبود مهارت‌های کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی ایرانی، با توجه به رهنمودهای عملی ارائه‌شده و نیز اهمیت موضوع برای رشد ریاضی بعدی کودکان و در عین حال کمبود مطالعات تجربی موجود در این زمینه تأکید دارد. بدون شک کمک به سیاست‌گذاران، متخصصان، روان‌شناسان تربیتی، مشاوران مدرسه، معلمان، مربیان و مدیران مدارس برای ارتقاء مزایای تحصیلی بالاتر و ترویج اقدامات آموزشی که به نفع کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی در فرآیند یادگیری باشد، ضروری است. بنابراین، نتایج این مطالعه می‌تواند نه تنها به کودکان در معرض خطر مشکلات یادگیری ریاضی، با

learning difficulties. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 2021; 16(1); 1-14.

13. Praet M, Desoete A. A pilot study about the effect and sustainability of early interventions for children with early mathematical difficulties in kindergarten. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal*, 2019; 17(1); 29-40.
14. Myers JA, Witzel BS, Powell SR, Li H, Pigott TD, Xin YP, Hughes EM. A meta-Analysis of mathematics word-problem solving interventions for elementary students who evidence mathematics difficulties. *Rev Educ Res*. 2022; 92(5); 695-742.
15. Rajali A, Parvanee A. Warning to Iran's mathematics community and those who are interested in countrys sustainable development. *Journal of Culture and Mathematical Thinking*. 2020; 38(65); 13-35. [Persian]
16. Aslani E. The rise and fall of TIMSS and PIRLS in Iran. *Quarterly Journal of School Administration Development*. 2019; 16(3); 34-37. [Persian]
17. Schacter J, Shih JC, Allen CM, Devaul L, Adkins AB, Ito T, Jo B. Math Shelf: A randomized trial of a prekindergarten tablet number sense curriculum. *Early Educ Dev*. 2016; 27(1); 74-88.
18. Hassinger-Das B, Jordan NC, Dyson N. Reading stories to learn math: Mathematics vocabulary instruction for children with early numeracy difficulties. *Elem Sch J*. 2015; 116(2); 242-246.
19. Stevens EA, Rodgers MA, Powell SR. Mathematics interventions for upper elementary and secondary students: A meta-analysis of research. *Remedial Spec Educ*. 2018; 39(6); 327-340.
20. Dowker A. Interventions for primary school children with difficulties in mathematics. In: Sarama J, Clements DH, Germeroth C, Day-Hess C. editors. *The development of early childhood mathematics education*. Elsevier Academic Press; 2017. pp: 255-287.
21. Ghobari Bonab B, Nosrati F, Molla Hoseini M, Mazaher MA. The effect of teaching number sense on decreasing mathematics difficulties of first grade students. *Journal of Learning Disabilities*, 2019; 8(2); 167-174. [Persian]
22. Ghassemi M, Dortaj F, Saadipoor E, Delavar A. Effectiveness of number sense instruction on improvement of preschoolers at risk of math difficulties. *Psychology of Exceptional Individuals*, 2018; 7(27); 1-20. [Persian]
23. Brower RL, Woods CS, Jones TB, Park TJ, Hu S, Tandberg DA, Nix AN, et.al. Scaffolding mathematics remediation for academically at-risk students following developmental education reform in Florida. *Community Coll J Res Pract*. 2018; 42(2); 112-128.
24. Slavin RE, Madden NA. What works for students at risk: A research synthesis. *Educational Leadership*. 1989; 46(5); 4-13.

## References

1. Nozari M. Effects of early explicit strategic intervention on the mathematics performance of students at-risk for mathematics difficulties. [Ph.D dissertation]. [Austin, Texas]: Special Education, The University of Texas at Austin; 2019.
2. Ravn O, Skovsmose O. Connecting humans to equations: A reinterpretation of the philosophy of mathematics. Springer: Cham; 2019.
3. Aunio P, Korhonen J, Ragpot L, Tormanen M, Henning E. An early numeracy intervention for first-graders at risk for mathematical learning difficulties. *Early Child Res Q*. 2021; 55(3); 252-262.
4. National Center for Education Statistics. National Assessment of Educational Progress. *Encyclopedia of Education Economics & Finance*; 2019.
5. Polo-Blanco I, Gonzalez Lopez EM. Teaching addition strategies to students with learning difficulties. *Autism Dev Lang Impair*. 2021; 6; 1-14.
6. Nelson G, Crawford A, Hunt J, Park S, Leckie E, Duarte A, Brafford T, et al. A systematic review of research syntheses on students with mathematics learning disabilities and difficulties. *Learn Disabil Res Prac*. 2022; 37(1); 18-36.
7. Haase VG, Krinzinger H. Adding all up: Mathematical learning difficulties around the world. In: Fritz A, Haase VG, Rasanen P. editors. *International handbook of mathematical learning difficulties*. Springer: Cham; 2019. pp: 311-325.
8. Jordan NC, Barbieri C, Dyson N, Devlin B. Improving learning in students with mathematics difficulties: Contributions from the science of learning. In: Martin AJ, Sperling RA, Newton KJ. editors. *Handbook of educational psychology and students with special needs*. Routledge; 2020. pp: 461-486.
9. Papadatou-Pastou M, Panagiotidou DA, Abbondanza F, Fischer U, Paracchini S, Karagiannakis G. Hand preference and mathematical learning difficulties: New data from Greece, the United Kingdom, and Germany and two meta-analyses of the literature. *Laterality*. 2021; 26(5); 485-38.
10. Aunio P. Small group interventions for children aged 5-9 years old with mathematical learning difficulties. In: Fritz A, Haase VG, Rasanen P. editors. *International handbook of mathematical learning difficulties*. Springer: Cham; 2019. pp: 709-732.
11. Mazzocco MM, Chan JYC, Prager E O. Working memory and specific learning disability: Math. In: Alloway TP. editors. *Working memory and clinical developmental disorders: Theories, debates and interventions*. Taylor and Francis; 2018. pp. 106-130.
12. Hamukwaya ST, Haser C. It does not mean that they cannot do mathematics: Beliefs about mathematics

- of a kindergarten mathematics intervention by small group size. *AERA Open*. 2017; 3(2); 1-16.
39. Gordon RSJ. An operational classification of disease prevention. *Public Health Rep*. 1983; 98(2); 107-109.
  40. Fuchs LS, Fuchs D, Seethaler PM, Zhu N. Three frameworks for assessing responsiveness to instruction as a means of identifying mathematical learning disabilities. In: Fritz A, Haase VG, Rasanen P. editors. *International handbook of mathematical learning difficulties*. Springer: Cham; 2019. pp: 669-681.
  41. De Leon SC, Jimenez JE, Gutierrez N, Hernandez-Cabrera JA. Assessing the efficacy of tier 2 mathematics intervention for Spanish primary school students. *Early Child Res Q*. 2021; 56; 281-293.
  42. Riley-Tillman TC, Burns MK, Kilgus SP. *Evaluating educational interventions: Single-case design for measuring response to intervention*. 2nd ed. Guilford Press; 2020. pp: 1-5.
  43. Jacob R, Parkinson J. The potential for school-based interventions that target executive function to improve academic achievement: A review. *Rev Educ Res*. 2015; 85(4); 512-552.
  44. Salminen JB, Koponen TK, Leskinen M, Poikkeus AM, & Aro MT. Individual variance in responsiveness to early computerized mathematics intervention. *Lang Learn Dev*. 2015; 43; 124-131.
  45. Mononen R, Aunio P. Counting skills intervention for low-performing first graders. *South African Journal of Childhood Education*. 2016; 6(1); 1-9.
  46. Mononen R, Aunio P. A mathematics intervention for low-performing Finnish second graders: Findings from a pilot study. *Eur J Spec Needs Educ*. 2014; 29(4); 457-473.
  47. Passolunghi MC, Costa HM. Working memory and early numeracy training in preschool children. *Child Neuropsychol*. 2016; 22(1); 81-98.
  48. Clarke B, Doabler CT, Turtura J, Smolkowski K, Kosky D, Sutherland M, Kurtz Nelson E, et.al. Examining the efficacy of a kindergarten mathematics intervention by group size and initial skill: Implications for practice and policy. *Elem Sch J*. 2020; 121(1); 125-153.
  49. Bryant DP, Bryant BR, Dougherty B, Roberts G, Pfannenstiel KH, Lee J. Mathematics performance on integers of students with mathematics difficulties. *Journal of Mathematics Behavior*. 2020; 58; 1-13.
  50. Fien H, Doabler CT, Nelson NJ, Kosky DB, Clarke B, Baker SK. An examination of the promise of the NumberShire Level 1 gaming intervention for improving student mathematics outcomes. *J Res Educ Eff*. 2016; 9(4); 635-661.
  51. Desoete A, Praet M. Inclusive mathematics education: The value of a computerized look-ahead approach in kindergarten. A randomized controlled study. *Transylvanian Journal of Psychology*. 2013; 14; 103-119.
  25. World Health Organization. International classification of diseases for mortality and morbidity statistics (ICD). 11th revision. 2020.
  26. Munez D, Lee K, Bull R, Khng KH, Cheam F, Rahim RA. Working memory and numeracy training for children with math learning difficulties: Evidence from a large-scale implementation in the classroom. *J Educ Psychol*. 2022; 114(8); 1866-1880.
  27. Jordan NC, Glutting J, Dyson N, Hassinger-Das B, Irwin C. Building kindergartners' number sense: A randomized controlled study. *J Educ Psychol*. 2012; 104(3); 647-660.
  28. Salminen J. Response to computer-assisted intervention in children most at risk for mathematics difficulties. [Ph.D dissertation]. [Jyväskylä, Finland]: Department of Education, University of Jyväskylä; 2015.
  29. Price GR, Ansari D. Dyscalculia: Characteristics, causes, and treatments. *Numeracy*. 2013; 6(1); 1-16.
  30. Lopez-Pedersen A, Mononen R, Aunio P, Scherer R, Melby-Lervag M. Improving numeracy skills in first graders with low performance in early numeracy: A randomized controlled trial. *Remedial Spec Educ*. 2022; 1-11.
  31. Lein AE, Jitendra AK, Harwell MR. Effectiveness of mathematical word problem solving interventions for students with learning disabilities and/or mathematics difficulties: A meta-analysis. *J Educ Psychol*. 2020; 112(7); 1388-1408.
  32. Nelson G, McMaster KL. The effects of early numeracy interventions for students in preschool and early elementary: A meta-analysis. *J Educ Psychol*. 2019; 111(6); 1001-1022.
  33. Forbringer L, Weber W. *Rtl in math: Evidence-based interventions for struggling students*. 2nd ed. New York: Routledge; 2021. pp: 1-6.
  34. American Psychiatric Association. *Diagnostic and statistical manual of mental disorders*. 5th ed. Washington, D.C.: American Psychiatric Association; 2013.
  35. Kovalski JF, VanDerHeyden AM, Runge TJ, Zirkel PA, Shapiro ES. *The RTI approach to evaluating learning disabilities*. 2th ed. New York: Guilford Press; 2022.
  36. Jimenez JE, de Leon SC, Gutierrez N. Piloting the response to intervention model in the Canary Islands: Prevention of reading and math learning disabilities. *Span J Psychol*. 2021; 24(30); 1-23.
  37. National Center on Response to Intervention. *Essential components of RTI-A closer look at response to intervention*. Washington, DC: Office of Special Education Programs, National Center on Response to Intervention, US Department of Education; 2010.
  38. Clarke B, Doabler CT, Kosky D, Kurtz-Nelson E, Smolkowski K, Fien H, Turtura J. Testing the efficacy

64. Clarke B, Doabler CT, Smolkowski K, Kurtz-Nelson E, Fien H, Baker SK, Kosky D. Testing the immediate and long-term efficacy of a tier 2 kindergarten mathematics intervention. *J Res Educ Eff.* 2016b; 9(4); 607-634.
65. Toll SWM, Van Luit, JEH. Early numeracy intervention for low-performing kindergartners. *J Early Interv.* 2012; 34(4); 243-264.
66. Bryant DP, Pfannenstiel KH, Bryant BR, Roberts G, Fall AM, Nozari M, Lee J. Improving the mathematics performance of second-grade students with mathematics difficulties through an early numeracy intervention. *Behav Modif.* 2021; 45(1); 99-121.
67. Hellstrand H, Korhonen J, Linnanmaki K, Aunio P. The number race - computer-assisted intervention for mathematically low-performing first graders. *Eur J Spec Needs Educ.* 2020; 35(1); 85-99.
68. Doabler CT, Clarke B, Kosky DB, Kurtz-Nelson E, Fien H, Smolkowski K, Baker SK. Testing the efficacy of a tier 2 mathematics intervention. *Except Child.* 2016; 83(1); 92-110.
69. Fuchs LS, Newman-Gonchar R, Schumacher R, Dougherty B, Bucka N, Karp KS, Woodward J, et al. Assisting students struggling with mathematics: Intervention in the elementary grades (WWC 2021006). National Center for Education Evaluation and Regional Assistance, Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education; 2021.
70. National Center on Intensive Intervention at American Institutes for Research. Principles for designing intervention in mathematics. Washington DC: U.S. Department of Education; 2016.
71. Gersten R, Beckmann S, Clarke B, Foegen A, Marsh L, Star JR, Witzel B. Assisting students struggling with mathematics: Response to Intervention (RtI) for elementary and middle schools. NCEE 2009-4060. What Works Clearinghouse; 2009.
72. Toll SWM, Van Luit, JEH. Accelerating the early numeracy development of kindergartners with limited working memory skills through remedial education. *Res Dev Disabil.* 2013; 34; 745-755.
73. Charitaki G, Tzivinikou S, Stefanou G, Soulis SG. A meta-analytic synthesis of early numeracy interventions for low-performing young children. *SN Social Sciences.* 2021; 1(5); 1-28.
74. Chodura S, Kuhn JT, Holling H. Interventions for children with mathematical difficulties. *Z Psychol.* 2015; 223(2); 129-144.
75. Mononen R, Aunio P, Koponen T, Aro M. A review of early numeracy interventions for children at risk in mathematics. *International Journal of Early Childhood Special Education.* 2014; 6(1); 25-54.
76. Kroesbergen EH, Van Luit JE. Mathematics interventions for children with special educational needs: A meta-analysis. *Remedial Spec Educ.* 2003; 24(2); 97-114.
52. Strand Cary MG, Clarke B, Doabler CT, Smolkowski K, Fien H, Baker SK. A practitioner implementation of a tier 2 first-grade mathematics intervention. *Learn Disabil Q.* 2017; 40(4); 211-224.
53. Bryant BR, Bryant DP, Roberts G, Fall AM. Effects of an early numeracy intervention on struggling kindergartners' mathematics performance. *International Journal for Research in Learning Disabilities.* 2016; 3(1); 29-45.
54. Clarke B, Smolkowski K, Baker S, Fien H, Doabler CT, Chard DJ. The impact of comprehensive tier 1 core kindergarten program on the achievement of students at risk in mathematics. *Elem Sch J.* 2011; 111(4); 561-584.
55. Fuchs LS, Geary DC, Compton DL, Fuchs D, Schatschneider C, Hamlett CL, DeSelms J, et al. Effects of first-grade number knowledge tutoring with contrasting forms of practice. *J Educ Psychol.* 2013; 105(1); 58-77.
56. Clarke B, Doabler CT, Strand Cary M, Kosky D, Baker S, Fien H, Smolkowski K. Preliminary evaluation of a tier 2 mathematics intervention for first-grade students: Using a theory of change to guide formative evaluation activities. *School Psychology Review.* 2014; 43(2); 160-178.
57. Dennis MS, Sharp E, Chovanes J, Thomas A, Burns RM, Custer B, Park J. A meta-analysis of empirical research on teaching students with mathematics learning difficulties. *Learn Disabil Res Prac.* 2016; 31(3); 156-168.
58. Gersten R, Rolfhus E, Clarke B, Decker LE, Wilkins C, & Dimino J. Intervention for first graders with limited number knowledge: Large-scale replication of a randomized controlled trial. *American Educational Research Journal.* 2015; 52(3); 516-546.
59. Clarke B, Doabler CT, Sutherland M, Kosky D, Turtura J, Smolkowski K. Examining the impact of a first grade whole number intervention by group size. *J Res Educ Eff.* 2022; 12-26.
60. Clarke B, Doabler CT, Smolkowski K, Baker SK, Fien H, Strand Cary M. Examining the Efficacy of a Tier 2 Kindergarten Mathematics Intervention. *J Learn Disabil.* 2016a; 49(2); 152-165.
61. Powell SR, Fuchs LS, Cirino PT, Fuchs D, Compton DL, Changas PC. Effects of a multitier support system on calculation, word problem, and prealgebraic performance among at-risk learners. *Except Child.* 2015a; 81(4); 443-470.
62. Dyson NI, Jordan NC, Glutting J. A number sense intervention for low income kindergartners at risk for mathematics difficulties. *J Learn Disabil.* 2013; 46; 166-181.
63. Powell SR, Driver MK, Julian TE. The effect of tutoring with nonstandard equations for students with mathematics difficulty. *J Learn Disabil.* 2015b; 48(5); 523-534.